

Pismeni dio ispita iz Matematike I, 30.08.2012.

GRUPA A

1. Zadan je trougao ABC u kome je je $|AC|=2$, $|BC|=5$, $\sphericalangle ACB = 45^\circ$. Izračunati pomoću vektorskog računa dužine težišnica u datom trouglu.
2. Naći jednačinu tangente parabole $y = x^2 + 2x + 4$ koja je povučena iz tačke $A(-2, -5)$ van parabole.
3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} - \frac{4}{x^3}$.
4. Izračunati integral $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-2x-x^2}} dx$.

GRUPA B

1. Zadan je trougao ABC u kome je je $|AB|=2$, $|AC|=3$, $\sphericalangle BAC = 60^\circ$. Izračunati pomoću vektorskog računa dužine težišnica u datom trouglu.
2. Naći jednačinu tangente parabole $y = x^2 + 2x - 1$ koja je povučena iz tačke $T(0, -5)$ van parabole.
3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = x^2 e^{\frac{x}{3}}$.
4. Izračunati integral $\int \frac{x^2 + 2}{(x+1)^3 (x+3)} dx$.

GRUPA C

1. Zadan je trougao ABC u kome je je $|AB|=3$, $|BC|=4$, $\sphericalangle ABC = 30^\circ$. Izračunati pomoću vektorskog računa dužine težišnica u datom trouglu.
2. Naći jednačinu tangente parabole $y = x^2 - 3x + 6$ koja je povučena iz tačke $T\left(\frac{9}{5}, -1\right)$ van parabole.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{2 \ln x}{\ln^2 x - 1}$.
4. Izračunati integral $\int \frac{dx}{2 - 3 \sin(2x) + 4 \cos^2 x}$.

I GRUPA

1. Dokazati tvrdnju $54 \mid 2 \cdot 4^n - 9n^2 + 3n - 2$ ($n \in \mathbb{N}$) metodom potpune matematičke indukcije.
2. Izračunati $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{(x-1)(x+1)^2}{(2x+1)^2}$.
4. Izračunati integral $I = \int \frac{dx}{2\sqrt{x} - \sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}}$.

II GRUPA

1. Koristeći trigonometrijski oblik kompleksnog broja izraziti preko trigonometrijskih funkcija višestrukih uglova izraze $\sin^4 x$ i $\cos^4 x$.
2. Izračunati $L = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2x \cos x - \pi \operatorname{ctg} x}{2 \operatorname{ctg} x \cos x}$.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{x}{3} \ln \left(e^3 - \frac{1}{2x} \right)$ (bez analize znaka I izvoda).
4. Izračunati integral $\int \frac{x^5 + 3x^3 + 4x + 4}{x^4 - 2x^3 + 2x^2} dx$.

III GRUPA

1. Koliko racionalnih članova ima u razvoju $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$?
2. Izračunati $l = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$.
3. Ispitati funkciju i nacrtati joj grafik $y = \frac{e^{\frac{1}{1-x^2}}}{1+x^2}$.
4. Izračunati integral $\int x^2 \ln(2x-1) dx$.